

מתמטיקה ב כלכלים

פרק 24 - פונקציות סטומות - שימושים גיאומטריים

תוכן העניינים

1. פונקציות סטומות - הפנ הטכני.....

פונקציות סתומות – הפן הטכני

שאלות

1) מצאו את y , כאשר $x^2 + y^5 = xy + 1$

וחשבו את $y'(0)$.

2) מצאו את y , כאשר $e^{xy} + x^2y^2 = 5x - 4$

3) מצאו את $y''(e)$, $y'(e)$, $y(e)$, כאשר $2\ln x + \ln y = 1$

4) נתונה המשוואה $x - y = x \cdot y \cdot f\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{z}\right)$

הוכיחו כי $x^2 \cdot z_x + y^2 \cdot z_y = z^2$

5) נתון $(z = z(x, y) \geq 0)$ $z^3 - 2xz + y = 0$

מצאו $(z_{xx}(1,1), z_{yy}(1,1))$.

6) נתונה משוואה $z^3 - 3xyz = 4$ ונקודה $(2,1,-2)$. מצאו את :

א. $z_{xx}(2,1)$

ב. $z_{xy}(2,1)$

ג. $z_{yy}(2,1)$

7) נתונה מערכת משוואות : $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \end{cases}$

א. חשבו את u_x, v_x, u_y, v_y .

ב. הראו כי $u_{xy} = u_{yx}$.

*הערה : בסעיף ב' אין להסתמך על משפט הנזירות המעורבות.

תשובות סופיות

$$y'(0) = \frac{1}{5} \quad (1)$$

$$y'(1) = 5 \quad (2)$$

$$y'(e) = -\frac{2}{e^2}, \quad y''(e) = \frac{6}{e^3} \quad (3)$$

שאלה הוכחה. (4)

$$z_x(1,1) = -16 \quad (5)$$

$$z_{xx}(2,1) = z_{xy}(2,1) = 1, \quad z_{yy}(2,1) = 4 \quad (6)$$

$$u_x = \frac{12v-1}{8uv-1}, \quad u_y = \frac{4v+2}{8uv-1}, \quad v_x = \frac{3-2u}{8uv-1}, \quad v_y = \frac{4u+1}{8uv-1} \quad \left(uv \neq \frac{1}{8} \right). \quad (7)$$

ב. שאלה הוכחה.